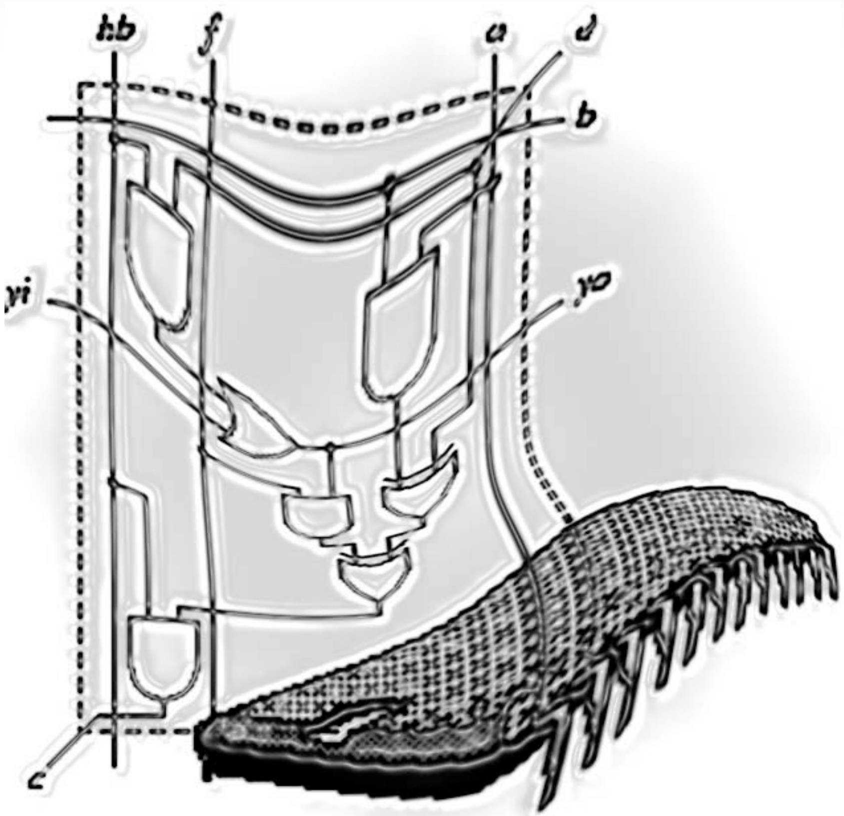
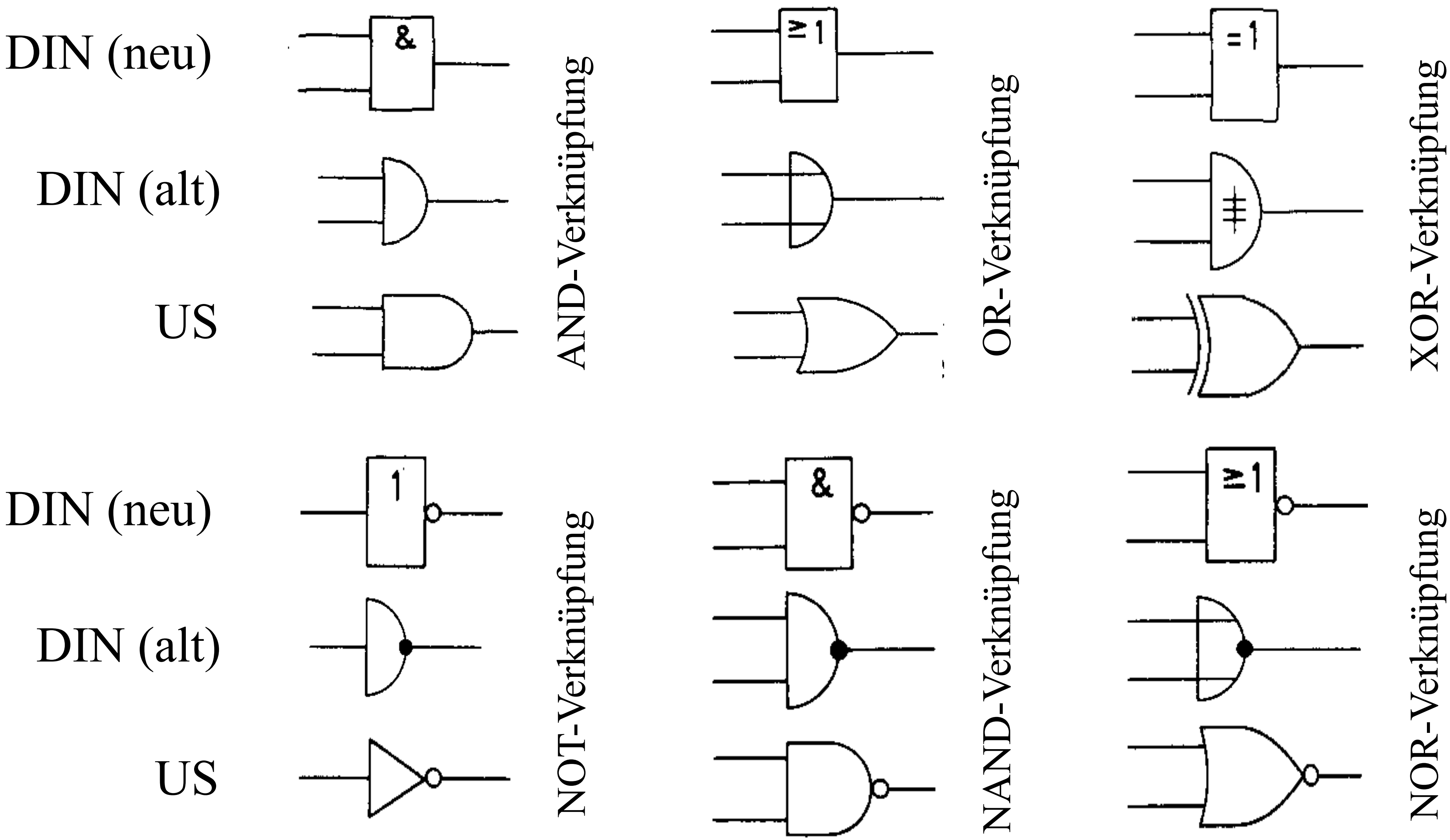
Technische Informatik I



Prof. Dr. Dirk W. Hoffmann

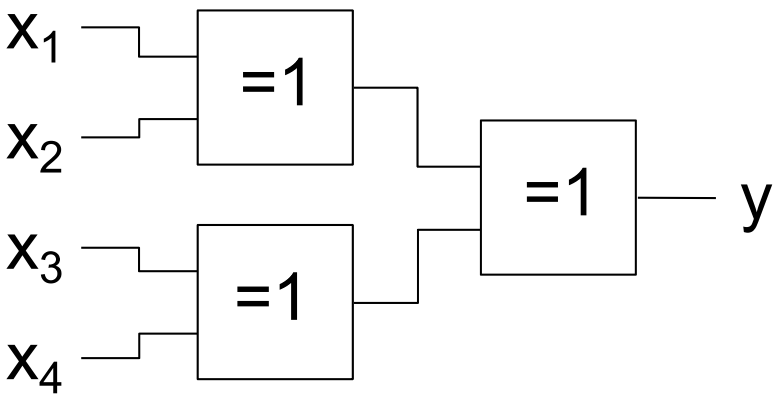
Hochschule Karlsruhe ◆ University of Applied Sciences ◆ Fakultät für Informatik

Logikgatter



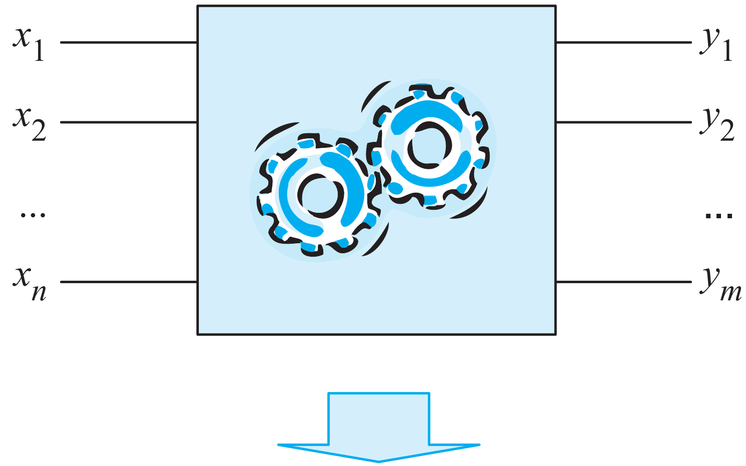
Beispiel

- Beispiel: Paritätsfunktion



- Eigenschaften
  - Eingänge: x_1, x_2, x_3, x_4
  - Ausgänge: y
  - Gatter: 3 × XOR
  - Stufen: 2

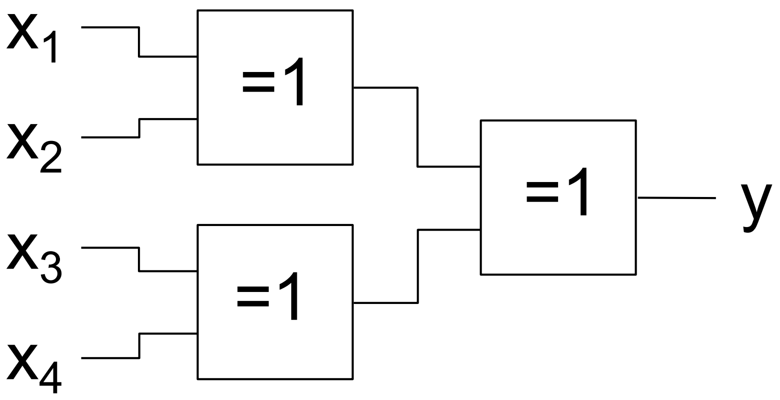
- Allgemeines Schema



$$
\begin{aligned}
y_1 &= f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\
y_2 &= f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\
&\ldots \\
y_m &= f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)
\end{aligned}
$$

Beispiel

- Beispiel: Paritätsfunktion



- Eigenschaften
  - Eingänge: x_1, x_2, x_3, x_4
  - Ausgänge: y
  - Gatter: $3 \times$ XOR
  - Stufen: 2

- Wahrheitstabelle

	x_4	x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

Normalformen (Beispiel)

- Beispiel: Paritätsfunktion

	x_3	x_2	x_1	y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Normalformen (Allgemeine Form)

Gegeben: Boolesche Funktion $f(x_n, ..., x_3, x_2, x_1)$

Kanonische disjunktive Normalform

- Allgemeine Form

$$\bigvee_{e \in E} \text{Minterm}_e$$

  - E = *Einsmenge* von f
  - Jeder *Minterm* hat die Form

    $(L_n \wedge \ldots \wedge L_1) \quad L_i \in \{ x_i, \neg x_i \}$
  - Jedes L_i heißt ein *Literal* von f
- Abkürzungen
  - DNF (Disjunktive Normalform)
  - SOP (Sum of products)

Kanonische konjunktive Normalform

- Allgemeine Form

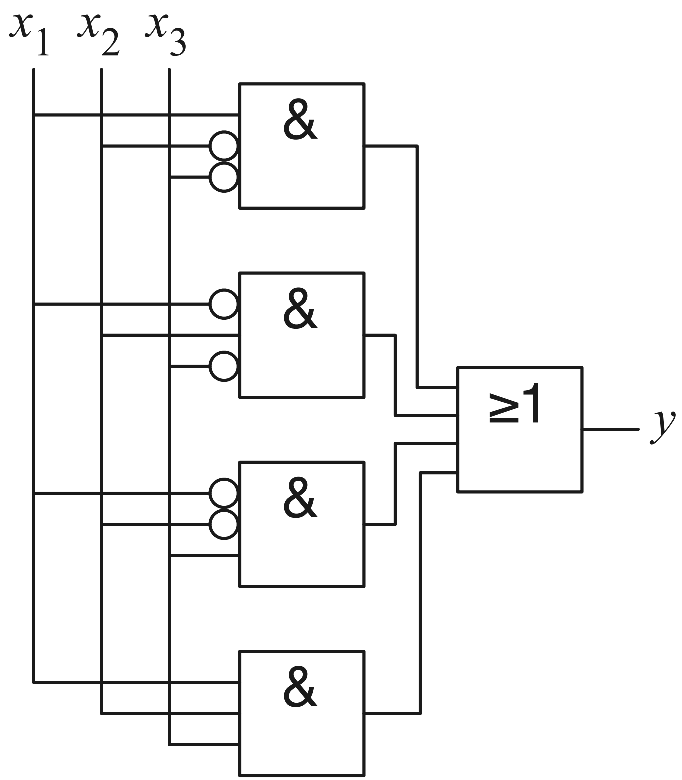
$$\bigwedge_{n \in N} \text{Maxterm}_n$$

  - N = *Nullmenge* von f
  - Jeder *Maxterm* hat die Form

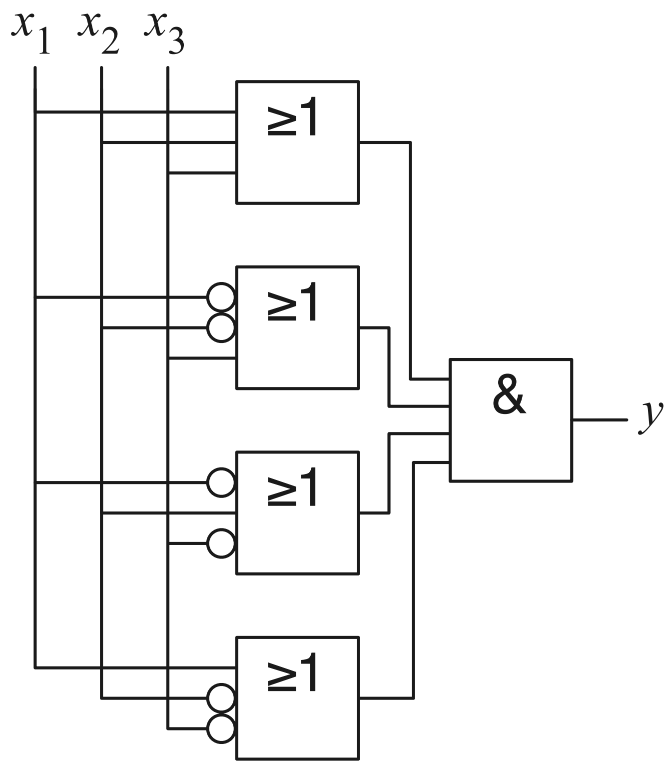
    $(L_n \vee \ldots \vee L_1) \quad L_i \in \{ x_i, \neg x_i \}$
  - Jedes L_i heißt ein *Literal* von f
- Abkürzungen
  - KNF (Konjunktive Normalform)
  - POS (Product of sums)

Übergang zur Hardware

Jede Gleichung lässt sich 1:1 in Hardware umsetzen



$y = (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee$
$(\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee$
$(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3) \vee$
$(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$



$y = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge$
$(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge$
$(\neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_3) \wedge$
$(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3)$